

Part - III

MATHEMATICS (SCIENCE)

Maximum : 80 Scores

Time : 2½ Hours

Cool off time : 15 Minutes

General Instructions to Candidates :

- There is a 'Cool off time' of 15 minutes in addition to the writing time of 2½ hrs.
- You are neither allowed to write your answers nor to discuss anything with others during the 'cool off time'.
- Use the 'cool off time' to get familiar with questions and to plan your answers.
- Read the questions carefully before answering.
- All questions are compulsory and only internal choice is allowed.
- When you select a question, all the sub-questions must be answered from the same question itself.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Give equations wherever necessary.
- Electronic devices except nonprogrammable calculators are not allowed in the Examination Hall.

നിർദ്ദേശങ്ങൾ:

- നിർദ്ദിഷ്ട സമയത്തിന് പുറമെ 15 മിനിറ്റ് 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ഉണ്ടായിരിക്കും. ഈ സമയത്ത് ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം എഴുതാനോ, മറ്റുള്ളവരുമായി ആശയ വിനിമയം നടത്താനോ പാടില്ല.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- എല്ലാ ചോദ്യങ്ങൾക്കും ഉത്തരം എഴുതണം.
- ഒരു ചോദ്യനമ്പർ ഉത്തരമെഴുതാൻ തെരഞ്ഞെടുത്തു കഴിഞ്ഞാൽ ഉപചോദ്യങ്ങളും അതേ ചോദ്യ നമ്പറിൽ നിന്ന് തന്നെ തെരഞ്ഞെടുക്കേണ്ടതാണ്.
- കണക്ക് കൂട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ, എന്നിവ ഉത്തര പേപ്പറിൽത്തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ആവശ്യമുള്ള സ്ഥലത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നൽകിയിട്ടുണ്ട്.
- പ്രോഗ്രാമുകൾ ചെയ്യാനാകാത്ത കാൽക്കുലേറ്ററുകൾ ഒഴികെയുള്ള ഇലക്ട്രോണിക് ഉപകരണവും പരീക്ഷാഹാളിൽ ഉപയോഗിക്കുവാൻ പാടില്ല.

1. Consider the sets $A = \{2, 3, 5, 7\}$ and $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$.

a) Find $A \cap B$. (1)

b) Find $A - B, B - A$ and hence show that $(A \cap B) \cup (A - B) \cup (B - A) = A \cup B$. (3)

c) Write the power set of $A \cap B$. (1)

2. a) Let $P = \{1, 2\}$. Find $P \times P \times P$. (1)

b) Let $A = \{1, 2, 3, \dots, 13, 14\}$. R is the relation on A defined by $R = \{(x, y) : 3x - y = 0; x, y \in A\}$.

i) Write R in a tabular form. (1)

ii) Find the domain and range of R . (1)

3. a) Draw the graph of the function

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } x > 0 \\ 0, & \text{if } x = 0 \\ -1, & \text{if } x < 0 \end{cases} \quad (2)$$

b) Write the range of the above function. (1)

4. a) The value of $\sin(\pi - x)$ is (1)

b) Find the principal and general solution of the equation

$$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2)$$

1. $A = \{2, 3, 5, 7\}$,

$B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$. എന്നീ ഗണങ്ങൾ പരിഗണിക്കുക.

a) $A \cap B$ കാണുക. (1)

b) $A - B, B - A$ എന്നിവ കാണുക. ഇത് ഉപയോഗിച്ച് $(A \cap B) \cup (A - B) \cup (B - A) = A \cup B$.

എന്നു തെളിയിക്കുക. (3)

c) $A \cap B$ യുടെ പവർ സെറ്റ് എഴുതുക. (1)

2. a) $P = \{1, 2\}$ ആയാൽ $P \times P \times P$ കാണുക. (1)

b) $A = \{1, 2, 3, \dots, 13, 14\}$ എന്ന ഗണത്തിൽ നിർവ്വചിച്ചിട്ടുള്ള ഒരു ബന്ധമാണ്

$$R = \{(x, y) : 3x - y = 0; x, y \in A\}.$$

i) R നെ പട്ടികാരിയിലിഴയ്ക്കുക. (1)

ii) R ന്റെ മണ്ഡലവും രംഗവും കാണുക. (1)

3. a) $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } x > 0 \\ 0, & \text{if } x = 0 \\ -1, & \text{if } x < 0 \end{cases}$

എന്ന ഫങ്ഷന്റെ ഗ്രാഫ് വരയ്ക്കുക. (2)

b) മുകളിൽ കൊടുത്ത ഫങ്ഷന്റെ രംഗം (range) എഴുതുക. (1)

4. a) $\sin(\pi - x)$ ന്റെ വില ആകുന്നു. (1)

b) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ

പ്രിൻസിപ്പൽ സൊല്യൂഷൻ, ജനറൽ സൊല്യൂഷൻ എന്നിവ കണ്ടുപിടിക്കുക. (2)

5. Prove that

$$\frac{\cos 4x - \cos 3x - \cos 2x}{\sin 4x - \sin 3x + \sin 2x} = \cot 3x. \quad (3)$$

6. Consider the statement
"3²ⁿ⁺² - 8n - 9 is divisible by 8".

a) Verify the statement for n = 1. (1)

b) Prove the statement using the principle of mathematical induction for all natural numbers. (3)

7. a) Solve $\sqrt{3}x^2 + x + \sqrt{3} = 0$. (2)

b) Represent the complex number $z = 1 + i\sqrt{3}$ in the polar form. (3)

8. a) Solve $7x + 3 < 5x + 9$ and represent the solution on the number line. (2)

b) Solve the following system of inequalities graphically :
 $x + 2y \leq 8,$
 $2x + y \leq 8,$
 $x \geq 0, y \geq 0$ (3)

$$5. \frac{\cos 4x + \cos 3x + \cos 2x}{\sin 4x + \sin 3x + \sin 2x} = \cot 3x$$

എന്നു തെളിയിക്കുക. (3)

6. '3²ⁿ⁺² - 8n - 9 നെ 8 കൊണ്ട് നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാം' എന്ന പ്രസ്താവന പരിഗണിക്കുക.

a) n = 1 ആകുമ്പോൾ പ്രസ്താവന ശരിയാണോ എന്നു പരിശോധിക്കുക. (1)

b) മാത്തമാറ്റിക്കൽ ഇൻക്ഷൻ ഉപയോഗിച്ച് പ്രസ്താവന എല്ലാ എണ്ണൽ സംഖ്യകൾക്കും ശരിയാണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (3)

7. a) നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക:

$$\sqrt{3}x^2 + x + \sqrt{3} = 0 \quad (2)$$

b) $z = 1 + i\sqrt{3}$ എന്ന കോംപ്ലക്സ് നമ്പർ പോളാർ രൂപത്തിലെഴുതുക. (3)

8. a) നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക.

$7x + 3 < 5x + 9$. അതിന്റെ മൂല്യം സംഖ്യാരേഖയിൽ അടയാളപ്പെടുത്തുക. (2)

b) താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന അസമതകളുടെ സിസ്റ്റം ഗ്രാഫ് ഉപയോഗിച്ച് നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക.

$$x + 2y \leq 8,$$

$$2x + y \leq 8,$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

(3)

9. a) In how many ways can the letters of the word, PERMUTATIONS be arranged if:
- i) the words start with P and end with S? (1)
 - ii) there are always 4 letters between P and S? (2)
- b) In how many ways can 5 girls and 3 boys be seated in a row so that no two boys are together. (2)
- c) How many chords can be drawn through 21 points? (1)

OR

- a) What is the minimum number of ways of choosing 4 cards from a pack of 52 playing cards? In how many of these :
- i) are 4 cards of the same suit? (1)
 - ii) do 4 cards belong to 4 different suits? (1)
- b) Find the number of permutations of the letters of the word, ALLAHABAD. (1)
- c) How many 5-digit telephone numbers can be constructed using the digits 0 to 9 if each number starts with 67 and no digit appears more than once? (2)

9. a) PERMUTATIONS എന്ന വാക്കിലെ അക്ഷരങ്ങൾ എങ്ങിനെയാല്ലാം ക്രമീകരിക്കാം, അത്:
- i) P യിൽതുടങ്ങി S ൽ അവസാനിക്കുന്ന വിധം. (1)
 - ii) P, S എന്നിവയ്ക്കിടയിൽ എല്ലായ്പ്പോഴും 4 അക്ഷരങ്ങൾ വരുന്ന വിധം. (2)
- b) രണ്ട് ആൺ കുട്ടികൾ അടുത്തടുത്ത് വരാതെ 5 ആൺ കുട്ടികളെയും 3 പെൺ കുട്ടികളെയും ഒരു വരിയിൽ എത്ര വിധത്തിൽ ഇരുത്താം? (2)
- c) 21 ബിന്ദുക്കളിലൂടെ ഒരു വൃത്തത്തിൽ എത്ര ഞാണുകൾ വരയ്ക്കാം? (1)

അല്ലെങ്കിൽ

- a) 52 കാർഡുള്ള ഒരു കെട്ടിൽ നിന്ന് 4 കാർഡുകൾ വീതം എത്ര വിധത്തിൽ തെരഞ്ഞെടുക്കാം? (1)
- i) 4 കാർഡുകളും ഒരേ ഗ്രൂപ്പിൽപ്പെടുന്നവയുടെ എണ്ണം കണക്കാക്കുക. (1)
 - ii) 4 കാർഡുകളും 4 വ്യത്യസ്ത ഗ്രൂപ്പിൽപ്പെടുന്നവയുടെ എണ്ണം കണ്ടുപിടിക്കുക. (1)
- b) ALLAHABAD എന്ന വാക്കിലെ അക്ഷരങ്ങൾ എങ്ങിനെയാല്ലാം ക്രമീകരിക്കാം? (1)
- c) 0 മുതൽ 9 വരെയുള്ള അക്കങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് 67 ൽ തുടങ്ങുന്ന അക്കങ്ങൾ ആവർത്തിക്കാത്ത എത്ര 5 അക്ക ടെലഫോൺ നമ്പറുകൾ നിർമ്മിക്കാം? (2)

10. a) Write the number of terms in the expansion of $(a-b)^{2n}$. (1)
- b) Find the general term in the expansion of $(x^2 - yx)^{12}$, $x \neq 0$. (2)
- c) Find the coefficient of $x^6 y^3$ in the expansion of $(x + 2y)^9$. (2)

11. a) Find the 5th term of the sequence whose n^{th} term is $a_n = \frac{n(n-2)}{(n+3)}$. (1)
- b) Write the sum of the first 'n' natural numbers. (1)
- c) The 5th, 8th and 11th terms of a G.P. are p , q and s respectively. Prove that $q^2 = ps$. (3)

OR

- a) If 'a' is the first term and 'd' is the common difference of an A.P., then the n^{th} term of the A.P., $a_n = \dots\dots\dots$ (1)
- b) In an A.P., if the m^{th} term is 'n' and the n^{th} term is 'm', where $m \neq n$, prove that its p^{th} term is $n + m - p$. (2)
- c) Find the sum to 'n' terms of the series :
 $1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + 4 \times 5 + \dots\dots\dots$ (2)

10. a) $(a-b)^{2n}$ ന്റെ വിപുലീകരണത്തിലെ പദങ്ങളുടെ എണ്ണം എഴുതുക. (1)
- b) $(x^2 - yx)^{12}$, $x \neq 0$, ന്റെ വിപുലീകരണത്തിലെ പൊതുപദം എഴുതുക. (2)
- c) $(x + 2y)^9$ ന്റെ വിപുലീകരണത്തിലെ $x^6 y^3$ ന്റെ ഗുണോത്തരം കാണുക. (2)

11. a) n -ാം പദം $a_n = \frac{n(n-2)}{(n+3)}$ ആയ ഒരു ശ്രേണിയുടെ 5-ാം പദം കണ്ടുപിടിക്കുക. (1)
- b) തുടർച്ചയായ, ആദ്യത്തെ 'n' എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക എഴുതുക. (1)
- c) ഒരു G.P. യുടെ 5, 8, 11 എന്നീ പദങ്ങൾ യഥാക്രമം p , q , s എന്നിങ്ങനെയാണ്. $q^2 = ps$ എന്നു തെളിയിക്കുക. (3)

അല്ലെങ്കിൽ

- a) ഒരു A.P യുടെ ആദ്യപദം 'a' യും പൊതുവ്യത്യാസം 'd' യും ആയാൽ അതിന്റെ n -ാം പദം, $a_n = \dots\dots\dots$ ആകുന്നു. (1)
- b) ഒരു A.P യുടെ ' m '-ാം പദം 'n' ഉം n -ാം പദം 'm' ഉം ആണ്. $m \neq n$ അതിന്റെ p -ാം പദം $n + m - p$ എന്നു തെളിയിക്കുക. (2)
- c) $1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + 4 \times 5 + \dots\dots\dots$ എന്ന സീരിസിലെ 'n' പദങ്ങളുടെ തുക കാണുക. (2)

12. a) Find the slope of the line passing through the points (3, -2) and (-1, 4). (1)
- b) Find the distance of the point (3, -5) from the line $3x - 4y - 26 = 0$. (2)
- c) Consider the equation of the line $3x - 4y + 10 = 0$. Find its :
 i) slope (1)
 ii) x and y intercepts (2)

13. Consider the ellipse $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Find the coordinates of the foci, the length of the major axis, the length of the minor axis, latus rectum and eccentricity. (4)

14. a) Find the distance between the points (2, 3, 5) and (4, 3, 1). (1)
- b) Find the ratio in which the line segment joining the points A (4, 8, 10) and B (6, 10, -8) is divided by the XY plane. (2)

15. Find the derivative of $f(x) = \sin x$, using the first principle. (3)

OR

Find the derivative of $\frac{x^5 - \cos x}{\sin x}$ using the quotient rule. (3)

12. a) (3,-2), (-1, 4) എന്നീ ബിന്ദുക്കളിലൂടെ കടന്നു പോകുന്ന രേഖയുടെ സ്ലോപ്പ് കാണുക. (1)
- b) $3x - 4y - 26 = 0$ എന്ന രേഖയിൽ നിന്ന് (3, -5) എന്ന ബിന്ദുവിലേയ്ക്കുള്ള അകലം കണ്ടുപിടിക്കുക. (2)
- c) $3x - 4y + 10 = 0$ എന്ന രേഖ പരിഗണിക്കുക. അതിന്റെ :
 i) സ്ലോപ്പ് കാണുക (1)
 ii) x, y എന്നീ ഇന്റർസെപ്റ്റുകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക. (2)

13. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ എന്ന എലിപ്സിന്റെ ഫോക്കസുകൾ, മേജർ ആക്സിസിന്റെ നീളം, മൈനർ ആക്സിസിന്റെ നീളം, ലാറ്റസ് റെക്ടത്തിന്റെ നീളം, എക്സൻട്രിസിറ്റി എന്നിവ കാണുക. (4)

14. a) (2, 3, 5), (4, 3, 1) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കണ്ടുപിടിക്കുക. (1)
- b) A (4, 8, 10), B (6, 10, -8) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ചുണ്ടാക്കുന്ന രേഖ xy എന്ന തലം (plane) ചേരുന്നതിന്റെ അംശബന്ധം കാണുക. (2)

15. ഫസ്റ്റ് പ്രിൻസിപ്പിൾ ഉപയോഗിച്ച് $f(x) = \sin x$ ന്റെ ഡെറിവേറ്റീവ് കാണുക. (3)

അല്ലെങ്കിൽ

$\frac{x^5 - \cos x}{\sin x}$ ന്റെ ഡെറിവേറ്റീവ് quotient rule ഉപയോഗിച്ച് കാണുക. (3)

16. a) The value of $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{5x}$ is (1)

b) Evaluate $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\sin bx}$, $a, b \neq 0$ (2)

17. a) Write the negation of the following statement :

" $\sqrt{5}$ is not a complex number." (1)

b) Verify by the method of contradiction : " $p: \sqrt{2}$ is irrational number." (3)

18. a) A coin is tossed repeatedly until a head comes up. Write the sample space. (1)

b) If A and B are two events in a random experiment, then $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - \dots$ (1)

c) Let $P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{5}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{15}$
Find $P(\text{not } A \text{ and not } B)$. (1)

d) A bag contains 9 discs of which 4 are red, 3 are blue, and 2 are yellow. A disc is drawn at random from the bag. Calculate the probability that it will be
i) Red (1)
ii) Not yellow (1)

16. a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{5x}$ ആകുന്നു. (1)

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\sin bx}$, $a, b \neq 0$, ന്റെ വില കാണുക. (2)

17. a) താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പ്രസ്താവനയുടെ നെഗേഷൻ എഴുതുക.
" $\sqrt{5}$ is not a complex number" (1)

b) കോൺട്രഡിക്ഷൻ രീതി ഉപയോഗിച്ച് പരിശോധിക്കുക " $p: \sqrt{2}$ is irrational number." (3)

18. a) ഒരു ഹെഡ് കിട്ടുന്നതുവരെ ഒരു നാണയം ആവർത്തിച്ച് ടോസ് ചെയ്യുമ്പോഴുള്ളതിന്റെ സാമ്പിൾ സ്പേസ് എഴുതുക. (1)

b) ഒരു റാൻഡം എക്സ്പിരിമെന്റിലെ രണ്ട് ഇവന്റുകളാണ് A യും B യും എങ്കിൽ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - \dots$ ആണ്. (1)

c) $P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{5}, P(A \cap B) = \frac{1}{15}$
എന്നിങ്ങനെ ആയാൽ $P(\text{not } A \text{ and not } B)$ കണക്കാക്കുക. (1)

d) ഒരു ബാഗിൽ 4 ചുവപ്പ്, 3 നീല, 2 മഞ്ഞ എന്നിങ്ങനെ 9 ഡിസ്കുകളുണ്ട്. ബാഗിൽ നിന്ന് റാൻഡമായി ഒരു ഡിസ്ക് എടുക്കുന്നുവെങ്കിൽ അത് :
i) ചുവപ്പ് (1)
ii) മഞ്ഞയല്ലാത്തവ, എന്നിവ ലഭിക്കുന്നതിന്റെ പ്രോബബിലിറ്റി കാണുക. (1)

19. Consider the frequency distribution :

19. പ്രീക്രമസംഖ്യ വിതരണത്തിന്റെ പരിഗണിക്കുക.

Class	30 - 40	40 - 50	50 - 60	60 - 70	70 - 80	80 - 90	90 - 100
Frequency	3	7	12	15	8	3	2

a) Find the mean. (2)

a) മാധ്യം (mean) കണ്ടുക. (2)

b) Calculate the variance and the standard deviation. (3)

b) വേരിയൻസും സ്റ്റാൻഡേർഡ് ഡീവിയേഷനും കണ്ടുക. (3)